

KUJDES! MOS DËMTO BARKODIN

BARKODI



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE SHKENCËS
AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2011

I DETYRUAR

VARIANTI **A**

E mërkurë, 15 qershor 2011

Ora 10.00

Lënda: Matematikë

Shkoila e mesme teknike 5 vjeçare

Udhëzime për nxënësin

Testi në total ka **25 pyetje**.

Trembëdhjetë pyetjet e para janë me zgjedhje, ku do të rrethoni vetëm shkronjën përbri përgjigjes së saktë.

Pyetjet e tjera kanë kërkesa që janë me **zgjidhje** dhe **arsyetim**. Pranë secilës pyetje ka hapësirë për të kryer veprimet e nevojshme.

Koha për zhvillimin e testit është **2 orë e 30 minuta**.

Pikët për secilën kërkesë janë dhënë përbri saj.

Për përdorim nga komisioni i vlerësimit

Kërkesa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pikët										
Kërkesa	11	12	13	14	15a	15b	16	17	18	19
Pikët										
Kërkesa	20a	20b	21	22a	22b	23	24	25a	25b	
Pikët										

Totali i pikëve

KOMISIONI I VLERËSIMIT

1.....Anëtar

2.....Anëtar

Për pyetjet 1 - 13 rrethoni vetëm shkronjën që i përgjigjet alternativës së saktë.

1. Jepen bashkësitë $A = \{0; 1; 3; 5\}$ dhe $B = [3; 5]$. Gjeni numrin e elementeve të $A \cap B$. **1 pikë**

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

2. Vlera e $\frac{2^8}{2^4}$ **1 pikë**

- A) 2
- B) 2^2
- C) 2^4
- D) 2^8

3. Vlera $2\sqrt{7} - \sqrt{28} =$. **1 pikë**

- A) 0
- B) 2
- C) $\sqrt{7}$
- D) 4

4. $\log_5 20 - \log_5 4 =$ **1 pikë**

- A) 20
- B) 5
- C) 4
- D) 1

5. Gjeni numrin e rrënjëve të ekuacionit $(x-1) \cdot (x^2+1) = 0$ **1 pikë**

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

6. Jepet progresioni aritmetik rritës me kufizë të parë -5 me diferencë 5.
Gjeni kufizën e tretë të tij. **1 pikë**

- A) -5
- B) 0
- C) 5
- D) 10

7. Jepet funksioni $y = x^4 - x^3 + 2$. Ordinata e pikprerjes të grafikut me boshtin Oy është:

1 pikë

- A) 0
 B) 2
 C) 3
 D) 4

8. Jepet funksioni $y = 2x^2$. Gjeni koeficientin këndor të tangjentes të hequr ndaj tij në pikën me abshisë $x = 1$.

1 pikë

- A) -4
 B) -2
 C) 2
 D) 4

9. vlera e $|a+b|$ për $a = -2$ dhe $b = -4$ është:

1 pikë

- A) -6
 B) -2
 C) 2
 D) 6

10. Drejtkëndëshi me syprinë 48 cm^2 e ka njëren brinjë 8 cm. Gjeni diagonalen e drejtkëndëshit.

1 pikë

- A) 10
 B) 12
 C) 8
 D) 6

11. Gjeni cila është vlera më e madhe e mundshme e funksionit $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos x$

1 pikë

- A) 0
 B) 1
 C) 2
 D) 3

12. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} =$

1 pikë

- A) \overline{AC}
 B) \overline{AD}
 C) \overline{BD}
 D) \overline{CD}

13. $\int_0^2 2x dx =$

1 pikë

- A) 0
 B) 2
 C) 4
 D) 8

Pyetjet 14 – 25 janë me zgjidhje dhe arsytim.

14. Mesatarja aritmetike e 5 numrave është 8. Pasi u hoqën dy prej tyre, mesatarja e tre të tjerëve që mbetën u bë 6. Gjeni mesataren e dy numrave që u hoqën.

2 pikë

$$S_5: \text{shuma e pesë numrave} \quad S_3: \text{shuma e 3 numrave që mbetën}$$

$$S_5 = 5 \cdot 8 = 40$$

$$S_3 = 3 \cdot 6 = 18$$

$$S_2 = S_5 - S_3 = 40 - 18 = 22$$

$$\text{mes. arit. e 2 m. që u hoqën është: } \frac{S_2}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

15. Është dhënë funksioni $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

a) Studioni monotoninë e funksionit.

3 pikë

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$|x=0| \quad |x=2|$$

x	-∞	0	2	+∞
y'	+	0	-	+
y		↘	↘	↗
		max	min	

Ne $J =]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$ f'k rritës
 Ne $J =]0, 2[$ f'k zbritës

b) Gjeni ekuacionin e tangjentës të hequr ndaj vijës në pikën me abshisë $x = 1$.

2 pikë

$$\text{eq. } \varphi: y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

$$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 - 2 = -4$$

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = -3$$

$$\text{eq. } \varphi: y + 4 = -3(x - 1)$$

$$y + 4 = -3x + 3$$

$$|3x + y + 1 = 0|$$

16. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksionit $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2-x}$.

3 pikë

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} A_1 = [1, +\infty[\\ A_2 =]-\infty, 2] \end{matrix}$$

The diagram shows a horizontal number line with points 1 and 2 marked. A1 is represented by a shaded region starting at 1 and extending to the right. A2 is represented by a shaded region starting from the left and ending at 2. The intersection of A1 and A2, labeled E, is the shaded region between 1 and 2, inclusive.

$$E = A_1 \cap A_2 = [1, 2]$$

17. Jepet funksioni $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{për } x \geq 1 \\ x^2 & \text{për } x < 1 \end{cases}$.

Gjeni $f(3) \cdot f(-2)$

2 pikë

$$f(3) = 2^3 = 8$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

$$f(3) \cdot f(-2) = 8 \cdot 4 = 32$$

18. Gjeni ekuacionin e drejtëzës që kalon nga $(5; -3)$ dhe pret Oy në $y = 4$.

2 pikë

$$A(5, -3)$$

$$B(0, 4)$$

ekuacioni: $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

$$\frac{x - 5}{0 - 5} = \frac{y + 3}{4 + 3}$$

$$\frac{x - 5}{-5} = \frac{y + 3}{7}$$

$$7x - 35 = -5y - 15$$

$$\underline{7x + 5y - 20 = 0}$$

19. Gjeni vlerat e k për të cilat ekuacioni $x^2 + kx + k = 0$ ka dy rrënjë reale.

3 pikë

Që një ekuacion të ketë dy rrënjë reale
duket që $D \geq 0$

$$D = b^2 - 4ac = k^2 - 4k$$

$$|k^2 - 4k \geq 0|$$

$$k^2 - 4k = 0$$

$$k(k - 4) = 0$$

$$k = 0$$

$$k = 4$$

v/k	-2	0	4	+∞
Δ	+	0	-	+
		0	0	

$$k \in]-\infty, 0] \cup]4, +\infty[$$

20. Jepen vijat me ekuacione $y = 4 - x^2$ dhe $2x + y = 4$.

a) Gjeni pikat e prerjes të vijave.

2 pikë

$$\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ 2x + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 2x \end{cases} \text{ e zëv. lehtë në } \mathbb{R}^2$$

$$4 - 2x = 4 - x^2$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

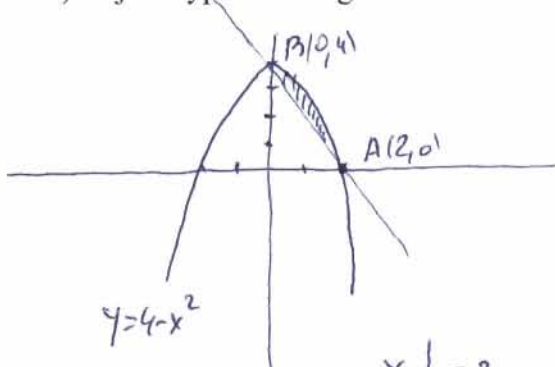
$$x = 0 \vee x = 2$$

$$\begin{cases} x = 2 & A(2, 0) \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 & B(0, 4) \\ y = 4 \end{cases}$$

b) Gjeni syprinën e figurës së formuar nga ndërprerja e vijave.

3 pikë



$$S = \int_0^2 [(4 - x^2) - (4 - 2x)] dx = \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx$$

$$= -\frac{x^3}{3} + x^2 \Big|_0^2 = -\frac{8}{3} + 4 = \frac{-8 + 12}{3} = \frac{4}{3} \text{ nj. katrorë}$$

x	-2	0	2
y = 4 - x ²	0	4	0

x	0	2
y = 4 - 2x	4	0

21. Jepet funksioni $y = x^3 - x^2 + x - 1$.

Studioni përkulshmërinë e funksionit dhe gjeni pikat e tij të infleksionit.

3 pikë

$$y' = 3x^2 - 2x + 1$$

$$y'' = 6x - 2$$

$$6x - 2 = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

x	-∞	1/3	+∞
y''	-	0	+
y	∩	∪	
		I(1/3, -20/27)	

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - 1 = \frac{1 - 3 + 9 - 27}{27} = \frac{-20}{27}$$

$$I\left(\frac{1}{3}, -\frac{20}{27}\right)$$

Ne $]-\infty, \frac{1}{3}[$ fu i myret
Ne $]\frac{1}{3}, +\infty[$ fu i lulet

22. Jepen vektorët $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ dhe $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.

a) Gjeni koordinatat e vektorit $\vec{u} + \vec{v}$

2 pikë

$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x_u + x_v \\ y_u + y_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3 \\ 3 + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) Vërtetoni që vektorët janë pingulë.

2 pikë

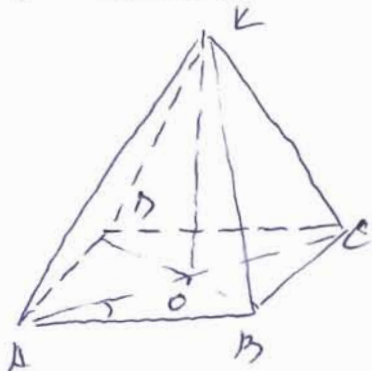
$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v = (-2) \cdot 3 + 3 \cdot 2 = -6 + 6 = 0$
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$

23. Jepet piramida e rregullt katërkëndore me brinjë anësore 5 cm dhe lartësi 4 cm.

Gjeni vëllimin e piramidës.

2 pikë



$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot KO$

Meqe piramida eshte e rregullt \therefore ABCD ka brinjor dhe lartësi KO bie ne pjekperjeu e diagonalesve te bazes ΔKOC k-ducite

$KO^2 = KC^2 - OC^2 \Rightarrow 5^2 - 4^2 = OC^2$
 $OC^2 = 9$

$OC = 3 \Rightarrow AC = 6$

$BC = AC \cdot \sin \hat{BAC} = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $|BC| = 3\sqrt{2}$

$V = \frac{1}{3} (3\sqrt{2})^2 \cdot 4 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 2 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^3 //$

24. Dy zare kubikë hidhen njëkohësisht. Gjeni probabilitetin që shuma e pikëve të rëna të jetë më e vogël se 6.

2 pikë

$\begin{matrix} 2i \\ \text{Dendje} \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6
1	(11)	(12)	(13)	(14)	15	16
2	(21)	(22)	(23)	24	25	26
3	(31)	(32)	33	34	35	36
4	(41)	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

Shenoi A mesazhet: Shuma e pikëve te rene $< 6 //$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} //$

25. Jepen vijat me ekuacione $x^2 + 4y^2 = 4$ dhe $y = x^2 - 1$.

a) Gjeni numrin e pikave të përbashkëta të tyre.

2 pikë

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \\ y = x^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \underline{x^2 = y + 1}$$

e zov. tek ekuac. $?$

$$\begin{aligned} y + 1 + 4y^2 &= 4 \\ 4y^2 + y - 3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 49$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{8} \rightarrow \begin{matrix} -1 \\ \frac{3}{4} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x^2 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow A(0, -1)$$

$$y = \frac{3}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow B\left(\frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{3}{4}\right) \quad C\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{3}{4}\right)$$

Numuri i pikave të përbashkëta është 3 $\{A, B, C\}$

b) Gjeni ekuacionin e tangjentes ndaj vijës $y = x^2 - 1$ në pikën e prerjes me $x^2 + 4y^2 = 4$ për $x > 0$.

2 pikë

Pika e prerjes në dy vijave të dhëna për $x > 0$ është pika $B\left(\frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{3}{4}\right)$

eku. i tangj. në pikën B është:

$$y - \frac{3}{4} = f'\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right) \left(x - \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$$

$$y = x^2 - 1$$

$$y' = 2x$$

$$f'\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7}$$

$$\text{eku. i } f: \quad y - \frac{3}{4} = \sqrt{7} \left(x - \frac{\sqrt{7}}{2}\right) //$$

$$y - \frac{3}{4} = \sqrt{7}x - \frac{7}{2} \quad | \cdot 4$$

$$4y - 3 = 4\sqrt{7}x - 14$$

$$\underline{4\sqrt{7}x - 4y - 11 = 0}$$