

REPUBLIKA E SHQIPËRISË
 MINISTRIA E ARSIMIT DHE SHKENCËS
 AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2011

I DETYRUAR

VARIANTI A

E mërkurë, 15 qershor 2011

Ora 10.00

Lënda: Matematikë
Gjimnazi – drejtimi shoqëror

Udhëzime për nxënësin

Testi në total ka **25 pyetje**.

Trembëdhjetë pyetjet e para janë me zgjedhje, ku do të rrethoni vetëm shkronjën përbri përgjigjes së saktë.

Pyetjet e tjera kanë kërkesa që janë me **zgjidhje** dhe **arsyetim**. Pranë secilës pyetje ka hapësirë për të kryer veprimet e nevojshme.

Koha për zhvillimin e testit është **2 orë e 30 minuta**.

Pikët për secilën kërkesë janë dhënë përbri saj.

Për përdorim nga komisioni i vlerësimit

Kërkesa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pikët										
Kërkesa	11	12	13	14	15a	15b	16	17	18a	18b
Pikët										
Kërkesa	19	20	21a	21b	22	23a	23b	24	25	
Pikët										

Totali i pikëve

KOMISIONI I VLERËSIMIT

1.....Anëtar

2.....Anëtar

Për pyetjet 1 - 13 rrethoni vetëm shkronjën që i përgjigjet alternativës së saktë.

1. Jepen bashkësitë $A = \{1; 2; 3; 5\}$ dhe $B = \{3; 7; 6; 2\}$. Gjeni numrin e elementeve të $A \cap B$. **1 pikë**

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

2. Vlera e $(3)^{-1} \cdot (3)^2$ është i barabartë me: **1 pikë**

- A) -1
- B) 2
- C) 3
- D) 9

3. $\sqrt{8} - \sqrt{2} =$ **1 pikë**

- A) 2
- B) $\sqrt{2}$
- C) $\sqrt{8}$
- D) $2\sqrt{8}$

4. $\log_2 16 =$ **1 pikë**

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 16

5. Vlera e palejuar e x në shprehjen $\sqrt{6-2x}$ është: **1 pikë**

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

6. Jepen vektorët paralelë $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ x \end{pmatrix}$ dhe $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Gjeni x . **1 pikë**

- A) 6
- B) 1
- C) -1
- D) -6

7. Nëse $x - 2 = 1$, atëherë $x^2 - 1$ është:

1 pikë

- A) 8
- B) 9
- C) 10
- D) 11

8. Inekuacioni $-2x < 6$ është i njëvlershëm me inekuacionin:

1 pikë

- A) $x > 3$
- B) $x < 3$
- C) $x > -3$
- D) $x < -3$

9. Trekëndëshi dybrinjëshëm me këndin në kulm 60° e ka bazën 6 cm. Gjeni brinjët e tij.

1 pikë

- A) 6cm; 6 cm; 6 cm
- B) 3cm; 6 cm; 6 cm
- C) 3cm; 3 cm; 3 cm
- D) 3 cm; 3 cm; 6 cm

10. Sipërfaqja e trekëndëshit këndrejtë dybrinjëshëm është 2 cm^2 . Gjeni hipotenuzën e tij.

1 pikë

- A) 1
- B) $\sqrt{2}$
- C) 2
- D) $2\sqrt{2}$

11. Jepet ekuacioni $2x + 1 = \frac{3}{x}$. Gjeni rrënjën e tij

1 pikë

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

12. Derivati i funksionit $y = x^2$ në pikën $x = \frac{1}{2}$ është:

1 pikë

- A) -1
- B) 0
- C) 1
- D) 2

13. Këndi α është i tillë që $\sin \alpha < 0$ dhe $\cos \alpha < 0$. Gjeni në cilin kuadrant ndodhet këndi α .

1 pikë

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV

Pyetjet 14 – 25 janë me zgjidhje dhe arsytim.

14. Zgjidhni ekuacionin $x^2 - 3(x-1) = 1$.

2 pikë

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 3 - 1 &= 0 \\ x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ \Delta &= b^2 - 4ac = 9 - 8 = 1 \\ x_{1,2} &= \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{matrix} \rightarrow 2 \\ \rightarrow 1 \end{matrix} \end{aligned}$$

15. Është dhënë funksioni $y = x^2 - 4x$.

a) Studjoni monotoninë e funksionit.

3 pikë

$$\begin{aligned} y' &= 2x - 4 \\ y' &= 0 \\ 2x - 4 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

x	-∞	2	+∞
y'	-	0	+
y		↘ -4 ↗	

min

Ne $J-\infty, 2[$ funksioni është zbritës
Ne $J2, +\infty[$ funksioni është rritës

b) Gjeni ekuacionin e tangjentës të hequr në pikën $x = 1$ të grafikut të funksionit.

2 pikë

$$\begin{aligned} f(1) &= 1^2 - 4 \cdot 1 = -3 \\ f'(1) &= 2 \cdot 1 - 4 = -2 \end{aligned}$$

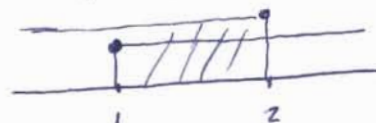
ekuacioni: $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$

$$\begin{aligned} y - (-3) &= -2(x - 1) \\ y + 3 &= -2x + 2 \\ \underline{2x + y + 1 = 0} \end{aligned}$$

16. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksionit $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$.

3 pikë

$$\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$$



$$E = [1, 2]$$

17. Jepet rrethi me ekuacion $x^2 + y^2 + 8y - 4x + 11 = 0$

Gjeni syprinën dhe perimetrin e rrethit

3 pikë

$$\begin{aligned}(x^2 - 4x) + (y^2 + 8y) &= -11 \\(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 8y + 16) &= -11 + 4 + 16 \\(x-2)^2 + (y+4)^2 &= 9 \\Q(2, -4) & \\R=3 & \\S_q = \pi R^2 = 9\pi & \\P = 2\pi R = 6\pi &\end{aligned}$$

18. Jepen pikat $A(2;3)$ dhe $B(-2;5)$.

a) Gjeni koordinatat e vektorit \vec{AB}

2 pikë

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 2 \\ 5 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Gjeni koordinatat e mesit të segmentit AB.

1 pikë



$$\begin{aligned}x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \\y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\M & \left(0, \frac{8}{2} \right)\end{aligned}$$

19. Hidhen njëherësh dy zare kubikë. Gjeni probabilitetin që shuma e pikëve të rëna në të dy zaret të jetë më e vogël se 7.

2 pikë

B \ T	1	2	3	4	5	6
1	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	16
2	(21)	(22)	(23)	(24)	25	26
3	(31)	(32)	(33)	34	35	36
4	(41)	(42)	43	44	45	46
5	(51)	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

A: njëfaqja "Shuma e pikëve < 7"

E: kafesha e rezultateve

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

20. Nota mesatare e klasës me 30 nxënës në lëndën e matematikës është 7,8. Ajo përbëhet nga 20 vajza dhe 10 djem. Gjeni notën mesatare të djemve, nëse nota mesatare e vajzave është 8.

2 pikë

Sheqroj:

S_{30} : Shuma e notave të klasës

$$S_{30} = 30 \cdot 7,8 = 234$$

S_{20} : Shuma e notave të vajzave

$$S_{20} = 20 \cdot 8 = 160$$

S_{10} : Shuma e notave të djemve

$$S_{10} = 234 - 160 = 74$$

$$\frac{S_{10}}{10} = \frac{74}{10} = 7,4 \text{ është nota mesat. e djemve}$$

21. Jepen vijat $y = x^3$ dhe $y = x$ për $x \geq 0$.

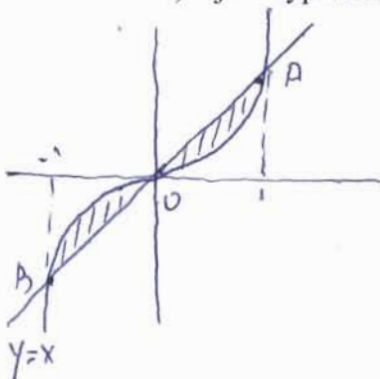
a) Gjeni pikat e prerjes së tyre.

2 pikë

$$\begin{cases} y = x^3 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = x \\ x^3 - x = 0 \\ x(x^2 - 1) = 0 \\ |x=0, x^2-1=0 \\ |x=\pm 1, \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \underline{O(0,0)}, \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \underline{A(1,1)}, \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases} \underline{B(-1,-1)}$$

b) Gjeni syprinën e figurës të kufizuar nga dy vijat.

2 pikë

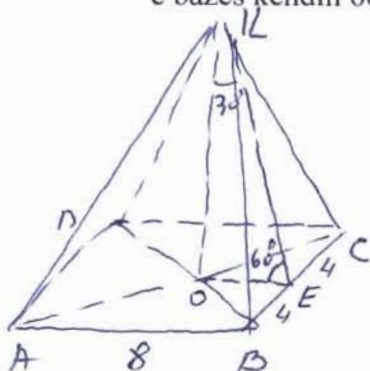


Meqe funksionet janë tek ata janë simetrike në lidhje me origjinën e koordinatave. Pra ndaj dy syprinat janë të njëjta.

$$S = 2 \int_0^1 (x - x^3) dx = 2 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

22. Brinja e bazës të një piramide të rregullt katërkëndore është 8 cm. Faqja anësore formon me planin e bazës këndin 60° . Gjeni syprinën anësore të piramidës.

3 pikë



$KO \perp \text{planin } ABCD$ $\xrightarrow{\text{T3}} KE \perp BC$
 $OE \perp BC$

Ose \hat{KEO} prej α dhe $\beta = 60^\circ$

$$OE = \frac{1}{2} AB = 4$$

$$KE = 2OE = 8$$

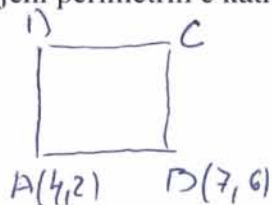
$$S_a = \frac{\text{Per. ap}}{2} = \frac{32 \cdot 8}{2} = 128 \text{ cm}^2$$

$$P_{ABCD} = 4 \cdot 8 = 32$$

23. Pikat A (4;2) dhe B (7; 6) janë kulme të katrorit ABCD.

a) Gjeni perimetrin e katrorit.

2 pikë



$$AB = \sqrt{(7-4)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25}$$

$$|AB| = 5$$

$$P_{ABCD} = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

b) Gjeni ekuacionin e brinjës AD.

2 pikë

eku AD gjendet si ekuacion i rrejtë dhe qe kalon nga A dhe \perp AB

$$\begin{aligned} \text{eku AB: } \frac{x-x_1}{x_2-x_1} &= \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \Leftrightarrow \frac{x-4}{7-4} = \frac{y-2}{6-2} \Leftrightarrow \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{4} \\ & 4x-16 = 3y-6 \\ \text{AB } |4x-3y-10=0| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{eku AD: } \frac{x-x_0}{a} &= \frac{y-y_0}{b} \\ a=4 \quad b=-3 \quad \frac{x-4}{4} &= \frac{y-2}{-3} \Leftrightarrow 4y-8 = -3x+12 \\ & |3x+4y-20=0| \end{aligned}$$

24. Jepet elipsi me ekuacion $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$.

3 pikë

Gjeni ekuacionet e tangjenteve ndaj elipsit paralele me drejtëzën $2x - y - 7 = 0$

eku tg e kërkoj në formën $2x - y + C = 0$ (përre tg // dir)

$$\text{Kushtet: } A^2 a^2 + B^2 b^2 = C^2$$

$$4 \cdot 8 + 1 \cdot 4 = C^2$$

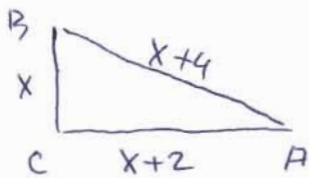
$$C^2 = 36$$

$$C = \pm 6$$

$$\text{eku tg: } |2x - y \pm 6 = 0|$$

25. Brinjët e një trekëndëshi këndrejtë formojnë progresion aritmetik me diferencë 2. Gjeni sinusin e këndit më të vogël të trekëndëshit.

3 pikë



Shenjat $BC = x$

Akre $AC = x+2$ dhe $AB = x+4$

Sepër formojmë ÷

$$(x+4)^2 = x^2 + (x+2)^2$$

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$D = 16 + 48 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 8}{2} = \begin{matrix} \rightarrow 6 \checkmark \\ \rightarrow -2 \times \end{matrix}$$

$$x = 6$$

$$x+2 = 8$$

$$x+4 = 10$$

Këndi më i vogël është A (ndodhet përballë brinjës më të vogël)

$$\sin A = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} //$$