

REPUBLIKA E SHQIPËRISË  
 MINISTRIA E ARSIMIT DHE SHKENCËS  
 AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

**PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2011**

**I DETYRUAR**

**VARIANTI A**

E mërkurë, 15 qershor 2011

Ora 10.00

**Lënda: Matematikë**  
**Gjimnazi – drejtimi i përgjithshëm**

**Udhëzime për nxënësin**

Testi në total ka **25 pyetje**.

Trembëdhjetë pyetjet e para janë me zgjedhje, ku do të rrethoni vetëm shkronjën përbri përgjigjes së saktë.

Pyetjet e tjera kanë kërkesa që janë me **zgjidhje** dhe **arsyetim**. Pranë secilës pyetje ka hapësirë për të kryer veprimet e nevojshme.

Koha për zhvillimin e testit është **2 orë e 30 minuta**.

Pikët për secilën kërkesë janë dhënë përbri saj.

**Për përdorim nga komisioni i vlerësimit**

Kërkesa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pikët										
Kërkesa	11	12	13	14	15	16	17a	17b	18	19
Pikët										
Kërkesa	20a	20b	21a	21b	22	23	24	25a	25b	
Pikët										

Totali i pikëve

**KOMISIONI I VLERËSIMIT**

1.....Anëtar

2. ....Anëtar

*Për pyetjet 1 - 13 rrethoni vetëm shkronjën që i përgjigjet alternativës së saktë.*

1. Jepen bashkësitë  $A = \{n \in N / n > 1\}$  dhe  $B = \{n \in N / n < 12\}$ . 1 pikë  
Gjeni numrin e elementeve të  $A \cap B$ .

- A) 9  
 B) 10  
 C) 11  
 D) 12

2. Vlera e  $\frac{5^{-2}}{5^{-3}}$  është i barabartë me: 1 pikë

- A) -2  
 B) -3  
 C) -5  
 D) 5

3.  $\sqrt{18} - 3\sqrt{2} =$  1 pikë

- A) 0  
 B)  $\sqrt{2}$   
 C)  $2\sqrt{2}$   
 D) 9

4.  $\log_8 8^2 =$  1 pikë

- A) 2  
 B) 6  
 C) 8  
 D) 16

5. Vlera  $2\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$  është e barabartë me : 1 pikë

- A) 2  
 B) 1  
 C)  $\frac{1}{2}$   
 D) 0

6. Jepet progresioni aritmetik me kufizë të parë 11 dhe diferencë -2.  
Gjeni shumën e dy kufizave të para të progresionit. 1 pikë

- A) 9  
 B) 11  
 C) 13  
 D) 20

7. Grafiku i funksionit  $y = x^5 - 3x + 1$  pret boshtin Oy në : 1 pikë
- A)  $y = 5$   
 B)  $y = 3$   
 C)  $y = 1$   
 D)  $y = 0$
8. Rrethi me ekuacion  $x^2 + y^2 = 4$  është tangjent me drejtëzën me ekuacion: 1 pikë
- A)  $x = 1$   
 B)  $x = 2$   
 C)  $x = 3$   
 D)  $x = 4$
9. Diagonalet e rombit janë 4 cm dhe 8 cm. Gjeni syprinën e rombit. 1 pikë
- A)  $4 \text{ cm}^2$   
 B)  $8 \text{ cm}^2$   
 C)  $16 \text{ cm}^2$   
 D)  $32 \text{ cm}^2$
10. Drejtëzat  $3x + 2y - 1 = 0$  dhe  $ax + 3y + 2 = 0$  janë paralele. Gjeni  $a$ . 1 pikë
- A) 9  
 B)  $\frac{9}{2}$   
 C)  $\frac{7}{2}$   
 D) 2
11. Njëra nga rrënjët e ekuacionit  $x^2 - mx + 3 = 0$  është  $x = 1$ . Gjeni  $m$ . 1 pikë
- A) 1  
 B) 2  
 C) 3  
 D) 4
12. Derivati i funksionit  $y = \frac{x^4}{4}$  në pikën  $x = -1$  është: 1 pikë
- A) -1  
 B) 0  
 C) 1  
 D) 2
13.  $\int_0^3 x^2 dx =$  1 pikë
- A) 0  
 B) 2  
 C) 3  
 D) 9

Pyetjet 14 – 25 janë me zgjidhje dhe arsyetim.

14. Mesatarja e katër numrave tek të njëpasnjëshëm është 10. Gjeni numrin më të vogël.

2 pikë

Shënoj 4 nr. e njëpasnjëshëm tek përkatësitet  
 $x, x+2, x+4, x+6$

$$\frac{x + x+2 + x+4 + x+6}{4} = 10 \Leftrightarrow \frac{4x+12}{4} = 10$$

$$4x+12=40$$

$$4x=28$$

$$\underline{x=7} //$$

15. Jepet inekuacioni  $3x+1 < 4x^2$ .

3 pikë

Zgjidhni inekuacionin dhe gjeni cili është numri më i vogël natyror që e vërteton inekuacionin.

$$4x^2 - 3x - 1 > 0$$

$$4x^2 - 3x - 1 = 0; \Delta = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{8} = \begin{matrix} \rightarrow 1 \\ \rightarrow -1/4 \end{matrix}$$

x	$-\infty$	$-1/4$	1	$+\infty$
$4x^2 - 3x - 1$	+	-	-	+
		0	0	

$$A = ]-\infty, -1/4[ \cup ]1, +\infty[$$

Nr nat me rrethel  
që vërtetohet ineku është 2.

16. Jepet  $f(x) = 2x^2 - \frac{17}{9}$ . Gjeni  $f(a) - f(a+2)$

2 pikë

$$f(a) = 2a^2 - \frac{17}{9}$$

$$f(a+2) = 2(a+2)^2 - \frac{17}{9}$$

$$f(a) - f(a+2) = \left(2a^2 - \frac{17}{9}\right) - \left[2(a+2)^2 - \frac{17}{9}\right] = 2a^2 - \frac{17}{9} - 2(a^2 + 4a + 4) + \frac{17}{9}$$

$$= 2a^2 - 2a^2 - 8a - 8 = -8a - 8$$

17. Vektorët  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$  dhe  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

a) Gjeni shumën  $\vec{a} + \vec{b}$ .

Për të mbledhur dy vektore mbledhen koordinatet respektive me të njëjtin emër

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a + x_b \\ y_a + y_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+3 \\ -3+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

b) Vërtetoni që vektorët janë pingulë.

Që dy vektore të jenë pingule duhet dhe mjafton

$$\text{që } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b = 0$$

$$2 \cdot 3 + (-3) \cdot 2 = 6 - 6 = 0$$

$$\text{Pra } \vec{a} \perp \vec{b}$$

18. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksionit  $y = \sqrt{3 - \log_2 x}$ .

$$\begin{cases} x > 0 \\ 3 - \log_2 x \geq 0 \end{cases}$$

$$\log_2 x \leq 3$$

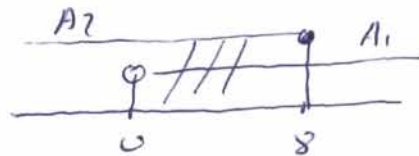
$$\log_2 x \leq \log_2 2^3$$

$$x \leq 8$$

$$A_2 = ]-\infty; 8]$$

$$A_1 = ]0; +\infty[$$

$$E = A_1 \cap A_2 = ]0; 8]$$



$$E = A_1 \cap A_2 = ]0; 8]$$

19. Jepet funksioni  $y = \begin{cases} 2x+a & \text{për } x \geq 3 \\ ax-2 & \text{për } x < 3 \end{cases}$

Gjeni vlerën e  $a$  që funksioni të jetë kudo i vazhdueshëm në  $\mathbb{R}$ .

Për  $x \neq 3$  funksioni i dhënë si polinom është i vazhdueshëm  
E studiojme në  $x = 3$

Që të jetë i vazhdueshëm në  $x = 3$  duhet loftoleti/ e zkuaste

$$1) f(3) = 6 + a$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax - 2) = 3a - 2$$

$$\Rightarrow 3a - 2 = 6 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (2x + a) = 6 + a \quad 2a = 8$$

$$| a = 4$$

Për  $a = 4$  funksioni është i vazhdueshëm në  $\mathbb{R}$

20. Jepet funksioni  $y = 2x^3 - 24x$ .

a) Studioni monotoninë dhe gjeni ekstremumet e funksionit.

3 pikë

$$\begin{aligned} y' &= 6x^2 - 24 \\ 6x^2 - 24 &= 0 \\ x^2 &= 4 \\ x &= \pm 2 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-2	+2	$+\infty$
y'		+	-	+
y		↗ 32 ↘		
		max min		

Ne  $] -\infty, -2[$  e  $] 2, +\infty[$  fu rritet  
Ne  $] -2, 2[$  fu zbutet

$$\begin{aligned} y_{\max} &= f(-2) = 32 \\ y_{\min} &= f(2) = -32 \end{aligned}$$

b) Gjeni ekuacionin e tangjentes të hequr ndaj grafikut të funksionit në pikën me abshisë  $x = 1$ .

2 pikë

$$\begin{aligned} \text{eku } y: y - f(1) &= f'(1)(x-1) \\ f(1) &= 2 \cdot 1^3 - 24 \cdot 1 = -22 \\ f'(1) &= 6 \cdot 1^2 - 24 = -18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{eku } y: y + 22 &= -18(x-1) \\ y + 22 &= -18x + 18 \\ \underline{18x + y + 4} &= 0 \end{aligned}$$

21. Jepen pikat  $A(2;3)$  dhe  $B(4;1)$ .

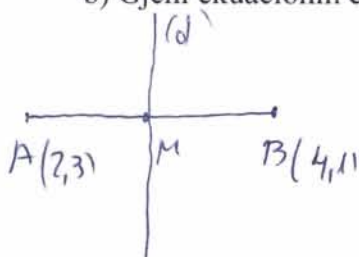
a) Gjeni ekuacionin e  $AB$ .

2 pikë

$$\begin{aligned} AB: \frac{x-x_1}{x_2-x_1} &= \frac{y-y_1}{y_2-y_1} & x-2 &= -y+3 \\ \frac{x-2}{4-2} &= \frac{y-3}{1-3} & \underline{1x+y-5} &= 0 \\ \frac{x-2}{2} &= \frac{y-3}{-2} \end{aligned}$$

b) Gjeni ekuacionin e përmesores së segmentit  $AB$ .

2 pikë



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = 2$$

$M(3,2)$

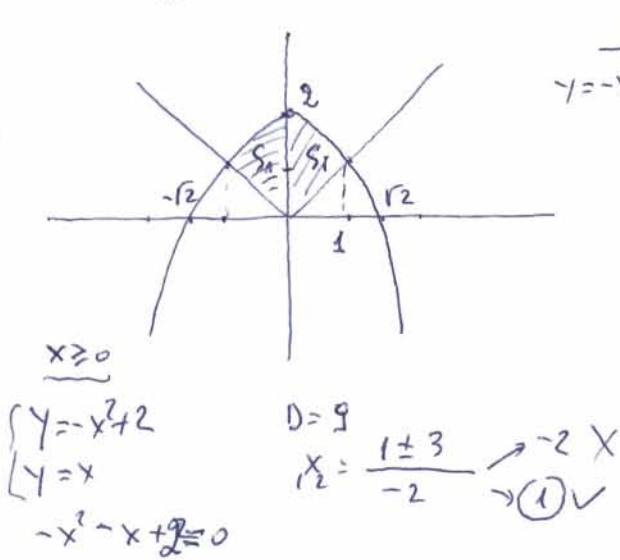
$$\text{eku}(d): \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$$

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1}$$

$$\underline{1x - y - 1 = 0}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

22. Jepen funksionet  $y = -x^2 + 2$  dhe  $y = |x|$ . Gjeni syprinën e figurës së formuar nga ndërprerja e grafikëve të funksioneve. 2 pikë

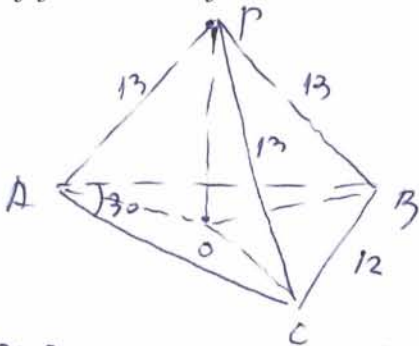


$x$	$-\sqrt{2}$	$0$	$\sqrt{2}$
$y = -x^2 + 2$	$0$	$2$	$0$

$x$	$-1$	$0$	$1$
$y =  x $	$1$	$0$	$1$

Merge fu. e dheve jave çift  
 Lehet  $S = 2 \int_0^1 (-x^2 + 2 - x) dx = 2 \left( -\frac{x^3}{3} + 2x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1$   
 $= 2 \left( -\frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{2} \right) = 2 \cdot \frac{-2 + 12 - 3}{6} = \frac{7}{3}$  p.k.

23. Jepet trekëndëshi ABC me njërin nga brinjët 12 cm dhe këndin përballë saj  $30^\circ$ . Jashtë planit të trekëndëshit ABC merret pika P e tillë që largësia e saj nga kulmet të jetë e njëjtë 13 cm. Gjeni lartësinë e zbritur nga P mbi planin e ABC. 3 pikë



Merge  $PA = PB = PC \Rightarrow$  dhe projektionet e tyre në plan jave konvergojnë  
 $PA \rightarrow OA = OB = OC = R$

Nga Teor. Sinusit

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{12}{\sin 30} = 2R \Rightarrow 24 = 2R \Rightarrow R = 12$$

$\triangle POA$  trekëndës kënddrejtë

$$PO^2 = PA^2 - OA^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$$

$$PO = 5 \text{ cm}$$

24. Në një kuti ndodhen 5 sfera të bardha dhe 3 sfera blu. Nxirren në mënyrë të rastësishme 2 prej tyre. Gjeni probabilitetin që të dyja sferat të jenë të bardha? 2 pikë

Shprehja A ngjarjen: "2 sf. e nxirra jave të bardha"

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{\frac{5!}{2!3!}}{\frac{8!}{2!6!}} = \frac{5! \cdot 6!}{2! \cdot 3! \cdot 8!} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$$

25. Jepet elipsi me ekuacion  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

a) Gjeni vatrat e elipsit.

2 pikë

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 - b^2 \\c^2 &= 25 - 16 = 9 \\c^2 &= 9 \\c &= 3\end{aligned}$$

$$F_1(-3, 0) \quad F_2(3, 0)$$

b) Gjeni ekuacionin e tangjentes së hequr ndaj elipsit që është paralele me drejtëzën  $y = x + 6$ .

2 pikë

$$\begin{aligned}tg \parallel dr &\Leftrightarrow k_{tg} = k_{dr} = 1 \\ \text{ekuacionin e } tg. &\text{ e kërkoj në formën} \\ y &= kx + t \\ &\Downarrow \\ y &= x + t \\ \text{Kushti: } &c^2 k^2 + b^2 = t^2 \\ 25 \cdot 1 + 16 &= t^2 \\ t^2 &= 41 \\ t &= \pm \sqrt{41} \\ \text{ek. e } tg &: \underline{y = x \pm \sqrt{41}}\end{aligned}$$