

BARKODI



REPUBLIKA E SHQIPËRISË  
MINISTRIA E ARSIMIT DHE SHKENCËS  
AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

# PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2011

## I DETYRUAR

### VARIANTI A

E mërkurë, 15 qershor 2011

Ora 10.00

**Lënda: Matematikë****Shkolla e mesme: teknike 3+2 vjeçare; pedagogjike; me kohë të shkurtuar****Udhëzime për nxënësin**Testi në total ka **25 pyetje**.

Trembëdhjetë pyetjet e para janë me zgjedhje, ku do të rrethoni vetëm shkronjën përbri përgjigjes së saktë.

Pyetjet e tjera kanë kërkesa që janë me **zgjidhje** dhe **arsyetim**. Pranë secilës pyetje ka hapësirë për të kryer veprimet e nevojshme.Koha për zhvillimin e testit është **2 orë e 30 minuta**.

Pikët për secilën kërkesë janë dhënë përbri saj.

**Për përdorim nga komisioni i vlerësimit**

|         |    |     |     |    |    |    |     |     |     |    |
|---------|----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|----|
| Kërkesa | 1  | 2   | 3   | 4  | 5  | 6  | 7   | 8   | 9   | 10 |
| Pikët   |    |     |     |    |    |    |     |     |     |    |
| Kërkesa | 11 | 12  | 13  | 14 | 15 | 16 | 17  | 18a | 18b | 19 |
| Pikët   |    |     |     |    |    |    |     |     |     |    |
| Kërkesa | 20 | 21a | 21b | 22 | 23 | 24 | 25a | 25b |     |    |
| Pikët   |    |     |     |    |    |    |     |     |     |    |

Totali i pikëve

**KOMISIONI I VLERËSIMIT**

1.....Anëtar

2.....Anëtar

*Për pyetjet 1 - 13 rrethoni vetëm shkronjën që i përgjigjet alternativës së saktë.*

1. Jepen bashkësitë  $A = \{1; 2; 3; 5\}$  dhe  $B = ]2; 6[$ . Gjeni numrin e elementeve të  $A \cap B$ . **1 pikë**

- A) 1
- ☒ B) 2
- C) 3
- D) 4

2. Vlera e  $4^{\frac{3}{2}}$  është i barabartë me: **1 pikë**

- A) 4
- B) 6
- ☒ C) 8
- D) 12

3.  $(\sqrt{2} - 2) \cdot (\sqrt{2} + 2) =$  **1 pikë**

- A)  $2\sqrt{2}$
- B)  $-\sqrt{2}$
- ☒ C)  $-2$
- D) 4

4.  $2\log_2 4 - \log_2 16 =$  **1 pikë**

- ☒ A) 0
- B) 4
- C) 8
- D) 16

5. Jepet ekuacioni  $3^{x-3} = 9$ . Gjeni cili nga numrat është zgjidhje e tij. **1 pikë**

- A) 2
- B) 3
- ☒ C) 5
- D) 9

6. Dy kufizat e para të një progresioni aritmetik rritës janë 3 dhe 7. Gjeni kufizën e katërt. **1 pikë**

- A) 3
- B) 7
- C) 11
- ☒ D) 15

7. Nëse  $x + 2 = 5$ , atëherë  $x^2 - 6$  është:

1 pikë

- A) 16
- B) 12
- C) 9
- ☒ D) 3

8. Grafiku i funksionit  $y = (x-1)(x+1)$  e pret boshtin Ox në:

1 pikë

- A) 1 pikë
- ☒ B) 2 pika
- C) 3 pika
- D) asnjë pikë

9. Vektorët  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  dhe  $\vec{b} = 4\vec{i} + x\vec{j}$  kanë drejtim të njëjtë. Gjeni x.

1 pikë

- A) 2
- B) 3
- C) 6
- ☒ D) -6

10. Jepen drejtëzat  $y = \frac{1}{2}x + 1$  dhe  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ . Gjeni koordinatat e pikës së tyre të prerjes.

1 pikë

- A) (1;0)
- ☒ B) (0;1)
- C) (2;0)
- D) (0;2)

11. Diagonalja e një katrori është 4 cm. Gjeni diametrin e rrethit të brendashkruar tij.

1 pikë

- A) 4 cm
- ☒ B)  $2\sqrt{2}$  cm
- C)  $\sqrt{2}$  cm
- D) 1 cm

12. Derivati i funksionit  $y = 2x^2 - 4x$  në pikën  $x = 2$  është:

1 pikë

- A) 2
- ☒ B) 4
- C) 6
- D) 8

13.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx =$

1 pikë

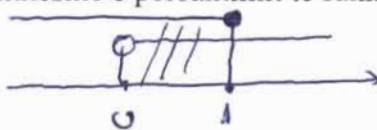
- ☒ A) 1
- B) 0
- C) -1
- D) -2

Pyetjet 14 – 25 janë me zgjidhje dhe arsyetim.

14. Jepet funksioni  $y = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}}$ . Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksionit.

2 pikë

$$\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$



$$E = ]0, 1]$$

15. Në paralelogramin ABCD jepen kulmet A(2;1), B(6;1) dhe D(3;3).

1) (3,3) Gjeni koordinatat e kulmit C dhe syprinën e paralelogramit.

3 pikë



Gjej koordinatat e pikës O

$$x_0 = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{6+3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$O\left(\frac{9}{2}, 2\right)$$

Gjej koordinatat e pikës C

$$x_0 = \frac{x_C + x_A}{2} \Rightarrow \frac{x_C + 2}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow x_C = 7$$

$$y_0 = \frac{y_C + y_A}{2} \Rightarrow \frac{y_C + 1}{2} = 2 \Rightarrow y_C = 3$$

Pika C(7,3)

Gjej gjatësinë e AB

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(6-2)^2 + (1-1)^2} = 4$$

Gjej ekuacionin e AB

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

$$(x-x_1)(y_2-y_1) = (y-y_1)(x_2-x_1)$$

$$(x-2)(3-1) = (y-1)(6-2)$$

$$0 = 4(y-1)$$

$$|y-1=0|$$

Gjej lartësinë DH

$$DH = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$DH = \frac{|0 \cdot 3 + 1 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = 2$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot DH$$

$$S = 4 \cdot 2 = 8$$

16. Mesatarja aritmetike e pesë numrave është e barabartë me 9. Mesatarja e tre prej tyre është 7.

Gjeni mesataren e dy numrave të tjerë.

3 pikë

$S_5$ : shuma e pesë nr. te dhene

$S_3$ : mesatarja e tre numrave

$$\frac{S_5}{5} = 9 \Rightarrow S_5 = 5 \cdot 9 = 45$$

$$\frac{S_3}{3} = 7 \Rightarrow S_3 = 21$$

$$S_2 = S_5 - S_3 = 45 - 21 = 24$$

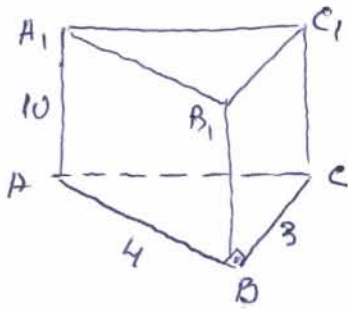
Poq  $\frac{S_2}{2} = \text{mesat. e dy nr. te mbetura}$

$$\frac{S_2}{2} = \frac{24}{2} = 12 //$$

17. Jepet prizmi i drejtë me lartësi 10cm dhe bazë trekëndëshin këndrejtë me katete 3cm dhe 4cm.

Gjeni syprinën e përgjithshme të prizmit.

3 pikë



Gjej hipotenuzen AC  
 $AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25$   
 $AC = 5\text{cm}$

$S_a = P_{ABC} \cdot AA_1$  sepse prizmi  
 ishte i drejte

$S_p = 2S_{ABC} + S_a$

$S_a = (4+3+5) \cdot 10$   
 $S_a = 12 \cdot 10 = 120\text{cm}^2$

$S_{ABC} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6\text{cm}^2$

$S_p = 2 \cdot 6 + 120 = 132\text{cm}^2$

18. Jepen pikat A(4;3) dhe B(-2;1).

a) Gjeni ekuacionin e AB.

2 pikë



ek AB

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

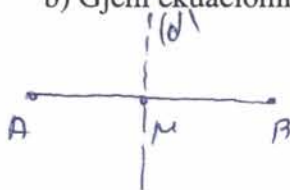
$\frac{x-4}{-2-4} = \frac{y-3}{1-3} \Leftrightarrow \frac{x-4}{-6} = \frac{y-3}{-2} \quad | \cdot -6$

$x-4 = 3y-9$

$|x-3y+5=0|$

b) Gjeni ekuacionin e përmesores së segmentit AB.

2 pikë



Përmesore të një segmenti është drejtoze  
 përmesore me sec. në mesin e tij M

$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$

$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2$

M(1,2)

ek(d):  $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$

$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} \Leftrightarrow -3x+3=y-2$

$|3x+y-5=0|$

19. Gjeni sa numra treshifrorë, pa përsëritje të shifrave, formohen me shifrat 1; 3; 4; 6 dhe sa prej tyre janë çift.

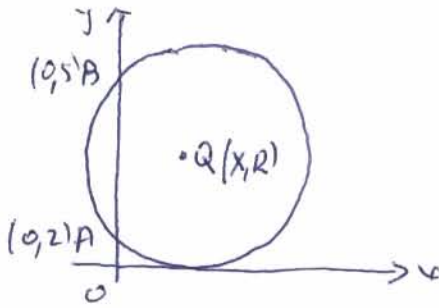
2 pikë

$\boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \Rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$  nr. treshifrorë pa përsëritje  
 formohen gjithësej

$\boxed{3} \boxed{2} \boxed{2} \Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$  nr. treshifrorë pa përsëritje janë çift

20. Rrethi tangjent me boshtin  $ox$  e pret boshtin  $oy$  në pikat  $A(0,2)$  dhe  $B(0,5)$ . Gjeni rrezen e rrethit.

3 pikë



Meqe rrethi është  $tg$  me  $ox \Rightarrow J_Q = R$

$$QA = QB = R$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (R-2)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (R-5)^2}$$

$$x^2 + R^2 - 4R + 4 = x^2 + R^2 - 10R + 25$$

$$6R = 21$$

$$R = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

21. Jepet vija me ekuacion  $y = \frac{k}{x}$  për  $x > 0$ .

a) Gjeni  $k$  që vija të kalojë nga pika  $A(1;2)$ .

2 pikë

Meqe  $A \in vije \Rightarrow$  koordinatat e  $A$  zëvendësohen në ekuacionin e vijës  
 $2 = \frac{k}{1} \Rightarrow k = 2$

b) Gjeni ekuacionin e tangjentes ndaj vijës të hequr në pikën  $A$ .

2 pikë

$$\text{eku } y - f(1) = f'(1)(x-1)$$

$$f(1) = 2$$

$$f'(x) = \frac{-2}{x^2}$$

$$f'(1) = \frac{-2}{1^2} = -2$$

$$\text{eku } y - 2 = -2(x-1)$$

$$y - 2 = -2x + 2$$

$$\underline{2x + y - 4 = 0}$$

22. Jepet funksioni  $f(x) = x^5 - 5x$ . Studioni monotoninë dhe gjeni pikat e ekstremumeve të funksionit.

3 pikë

$$y' = 5x^4 - 5 = 5(x^4 - 1) = 5(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \vee$$

$$x = -1$$

|      |           |            |            |            |
|------|-----------|------------|------------|------------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$       | $1$        | $+\infty$  |
| $y'$ | $+$       | $0$        | $-$        | $+$        |
| $y$  |           | $\nearrow$ | $\searrow$ | $\nearrow$ |

$$y_{\max} = f(-1) = -1 + 5 = 4$$

$$y_{\min} = f(1) = 1 - 5 = -4$$

Ne  $]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  fu rritet

Ne  $]-1, 1[$  fu zëritet

23. Studioni përkuishmërinë e grafikut të funksionit  $f(x) = 1 - x + x^2 - x^3$ .

3 pikë

$$y' = -1 + 2x - 3x^2$$

$$y'' = 2 - 6x$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow 2 - 6x = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

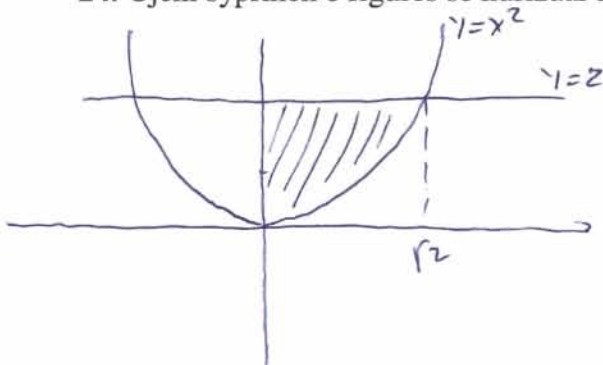
|       |           |               |           |
|-------|-----------|---------------|-----------|
| $x$   | $-\infty$ | $\frac{1}{3}$ | $+\infty$ |
| $y''$ | $+$       | $0$           | $-$       |
| $y$   | $\cup$    |               | $\cap$    |

Ne  $]-\infty, \frac{1}{3}[$  fu i lëvet

Ne  $]\frac{1}{3}, +\infty[$  fu i rritet

24. Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga vijat me ekuacione  $y = x^2$  për  $x \geq 0$  dhe  $y = 2$ .

3 pikë



Gjeni p. p. presjeve të vijave

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 2$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$

Pranohet  $x = \sqrt{2}$

$$S = \int_0^{\sqrt{2}} (2 - x^2) dx = \left( 2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{\sqrt{2}}$$

$$= 2\sqrt{2} - \frac{(\sqrt{2})^3}{3} = 2\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

25. Jepet hiperbola me ekuacion  $5x^2 - 4y^2 = 20$ .

a) Gjeni vatrat e hiperbolës.

2 pikë

*Trajta e majme e hiperboles:*  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$   $a^2 = 4$   
 $b^2 = 5$   
 $c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 5 = 9$   
 $c = 3$   $F_1(-3, 0)$   
 $F_2(3, 0)$

b) Gjeni ekuacionin e tangjentes të hequr ndaj hiperbolës paralele me drejtëzën me ekuacion  $3x - 2y + 7 = 0$ .

2 pikë

*Meqenjtë që tg // dr : ekuacioni i tg e kërkoj në formën  $3x - 2y + C = 0$*   
*Nga kushti  $A^2a^2 - B^2b^2 = C^2$  përveçtoj C*  
 $9 \cdot 4 - 4 \cdot 5 = C^2$   
 $36 - 20 = C^2$   
 $C^2 = 16$   
 $C = \pm 4$   
*e kërkoj:  $|3x - 2y \pm 4 = 0|$*